Travaux dirigés : Optique physique (diffraction)

(a) – Radioastronomie

Pour l'étude des ondes radio émises par des étoiles, on prendra la longueur d'onde $\lambda = 10$ cm. Un radiotélescope comprend un miroir, assimilé à un miroir sphérique concave de sommet S, de foyer F, d'axe Sy. On pose $f = SF$. Le radiotélescope comprend également une antenne située dans le plan focal image du miroir et susceptible d'être déplacée dans ce plan. L'antenne délivre un signal $s(x, z, t)$ proportionnel au champ électrique au point $M(x, z)$ du plan Fxz. Ce signal est supposé harmonique de fréquence ν. Le dispositif de traitement du signal TS transforme le signal d'entrée s en signal d'intensité $I(x, z)$, proportionnel à la valeur moyenne temporelle du carré de s, $I(x, z) = K\langle s(x, z, t)^2\rangle$.

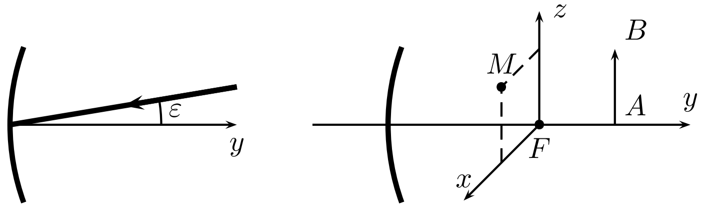

FIG. 1 – Radioastronomie

1. Rappeler le principe de construction de l'image $A'B'$ d'un objet AB. Un objet à l'infini est caractérisé par son diamètre angulaire, c'est-à-dire l'angle ε sous lequel on le voit depuis S. Quelle est la taille d de son image ? Pour le Soleil $\varepsilon = 31'$; $f = 100$ m. Calculer d.
2. En fait, l'image d'un point objet n'est pas un point image mais une tache. On pointe l'axe Sy du radiotéléscope sur une étoile ponctuelle (E), émettant une onde plane progressive monochromatique à la longueur d'onde λ. La diffraction due à la taille finie du miroir peut être prise en compte en considérant qu'une pupille carrée, de côté $2a$, d'axe Sy diffracte les rayons au passage avant leur réflexion sur le miroir. Déterminer l'intensité $I(x, z)$ en fonction de λ, x, z, a, f et de $I_0 = \max(I(x, z))$. Définir la largeur de la tache principale de diffraction. Application numérique pour $a = 150$ m et $f = 100$ m. Comment l'expression de $I(x, z)$ est-elle modifiée si la radiosource ponctuelle est dans une direction du plan voisine mais différente (angle ε, cf. fig. 1) de l'axe ?
3. Une radiosource double est constituée de deux étoiles ponctuelles E_1 et E_2, émettant des ondes de même intensité, séparées par un écart angulaire ε. Évaluer le rayon d'ouverture minimal a_0 d'un télescope ayant un pouvoir séparateur suffisant pour distinguer les sources.
   Dans le cas de la galaxie du Cygne, $\varepsilon = 85''$. Calculer a_0 ; commenter.

(b) – Résolution d'une lentille

Une lentille sphérique mince convergente, utilisée dans les conditions de l'optique paraxiale, de centre optique C et de distance focale image f' donne, d'un objet réel AB situé dans un plan de front, une image réelle $A'B'$. Un filtre assure l'utilisation de lumière monochromatique à la longueur d'onde λ. Après la lentille, on dispose dans le plan de front (OXY) un diaphragme réglable qui peut éventuellement limiter la taille du faisceau (cf. fig. 2).
A la distance l après le diaphragme se trouve un écran d'observation sur lequel, en l'absence du diaphragme, on observe l'image $A'B'$ de AB. On dispose un diaphragme rectangulaire, de largeur a selon $(Y'OY)$, autour de O ; ce diaphragme est de grande longueur selon $(X'OX)$. Le diaphragme diffracte alors la lumière qui s'étale selon $(y'A'y)$.
On s'intéresse en particulier à la lumière qui, émise en A, atteint le diaphragme en P et l'écran en M. On appelle (X, Y) et (x, y) les coordonnées de P et M. On néglige toute diffraction en dehors des points P.

1. Calculer la différence de marche $\delta = (APM) - (AOM)$ dans le cadre de l'optique paraxiale, en fonction de y, Y et l.

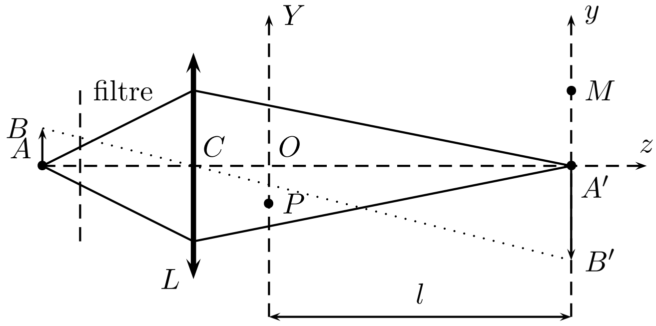

FIG. 2 – Imagerie à distance finie et diffraction

2. Exprimer l'éclairement total envoyé par A en M ; on suppose le diaphragme uniformément éclairé.
3. On donne $AC = 50$ cm, $f = 30$ cm et $\lambda = 520$ nm. Les seuls points A et B de AB sont lumineux ; ils sont distants de 5cm. Le diaphragme est disposé immédiatement après la lentille et $a = 1$ mm. Décrire la répartition de lumière observée dans le plan de A'.
4. On supprime le diaphragme rectangulaire mais on le remplace par le diaphragme circulaire de rayon $R = 2$ cm constitué par la monture de la lentille. A quelle condition sur leur distance mutuelle d deux objets ponctuels A et B situés à 50 cm en avant de la lentille pourront-ils être distingués sur l'écran ?

(c) – Apodisation (transformation de Fourier)

La transmittance d'une plaque photographique vaut $t(x,y) = 1 - \dfrac{|x|}{a}$ pour $-a < x < a$ et $-L < y < L$, et $t(x,y) = 0$ ailleurs. On prendra $L \gg a$. On éclaire cette plaque sous incidence normale par une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 500$ nm. On observe la figure de diffraction à l'infini, au moyen d'un système optique auxiliaire de focale $f = 1$ m.

1. Proposer, sur un schéma, le montage nécessaire à l'éclairement de la pupille et à l'observation de la figure de diffraction. Peut-on utiliser une source allongée ? Dans quel sens ?
2. Exprimer l'intensité lumineuse de la figure de diffraction dans les directions du plan xOz faisant un angle θ faible avec la direction de l'onde incidente.
3. La largeur de la figure de diffraction dans le plan d'observation est $0,2$ mm. En déduire la valeur de a. Comparer au cas d'une fente rectangulaire ordinaire, de même largeur. Commenter.

(d) – Strioscopie (filtrage spatial)

On considère une fente rectangulaire située dans un plan xOy, de grande dimension suivant Oy, de largeur b suivant Ox, O étant le centre de la fente, de normale Oz. Le facteur de transmission de la fente ne dépend que de x et est défini (avec $|\phi| \ll \pi$) selon :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{b}{2} < x < x_0 - \frac{\delta x}{2} \\ x_0 + \frac{\delta x}{2} < x < \frac{b}{2} \end{array} \right. \Rightarrow t(x) = 1 \qquad x_0 - \frac{\delta x}{2} \leq x \leq x_0 + \frac{\delta x}{2} \Rightarrow t(x) = \exp(-j\phi)$$

1. Donner un exemple où on peut justifier qualitativement l'existence d'un déphasage ϕ introduit par une zone d'abscisse comprise entre $x_0 - \dfrac{\delta x}{2}$ et $x_0 + \dfrac{\delta x}{2}$.
2. La fente est éclairée par une radiation monochromatique de longueur d'onde λ sous incidence normale. Donner l'expression de l'amplitude diffractée à l'infini dans une direction du plan xOz faisant l'angle i avec Oz.
   En déduire l'éclairement d'un écran placé dans le plan focal image P d'une lentille convergente (L) située au delà de la fente parallèlement à celle-ci.
3. On place dans le plan P, au foyer de la lentille, un rectangle opaque de grandes dimensions suivant Oy et de largeur $\dfrac{2\lambda f}{b}$, où f est la distance focale de la lentille (L). Décrire ce qu'on observe sur un écran E disposé dans le plan conjugué de celui de la fente par rapport à (L).